Zahlenbereich - Zahlenbereichserweiterung

N = { 1; 2; 3; 4; .... } Menge der natürlichen Zahlen

Addition:

2 +	5 =	x	allgemein	a +	b =	x
$\in$ N	$\in$ N	x = 7; 7 $\in$ N		$\in$ N	$\in$ N	$\Rightarrow$ x $\in$ N

Umkehrung:

2 +	x =	5	allgemein	a +	x =	b
$\in$ N		$\in$ N; x = 3; 3 $\in$ N		$\in$ N		$\in$ N

x $\in$ N nur, wenn b > a

$\rightarrow$ Z = {.......; -4; -3;-2;-1; 0;1;2; 3; 4;........} Menge der ganzen Zahlen

In Z ist jede Gleichung der Form a + x = b ; a $\in$ Z ; b $\in$ Z lösbar.

Multiplikation

2 $\cdot$	5 =	x	allgemein	a $\cdot$	b =	x
$\in$ Z	$\in$ Z	x = 10; 10 $\in$ Z		$\in$ Z	$\in$ Z	$\Rightarrow$ x $\in$ Z

Umkehrung:

2 $\cdot$	x =	6	allgemein	a $\cdot$	x =	b
$\in$ Z	$\in$ Z; x = 3; 3 $\in$ Z			$\in$ Z		$\in$ Z

x $\in$ Z nur, wenn a Teiler von b ist

$\rightarrow$ Q = {.....; $-\frac{2}{7}$;...; -0,153; ...; 0; ...; 0,643; ...; $0,\overline{9}$; ...; $1\frac{1}{3}$; .....} rationale Zahlen

In Q ist jede Gleichung der Form a $\cdot$ x = b ; a $\in$ Q \ { 0 } ; b $\in$ Q lösbar.

Quadratur

2^2=	x	(x=4)	allgemein	a^2 =	x
$(-4)^2$ =	x	(x=16)		$\in$ Q	$\Rightarrow$ x $\in$ Q

Umkehrung:

x^2=	9	($x_{1/2}$= $\pm$ 3)	allgemein	x^2 = a
x^2=	-16	x $\notin$ Q		x $\in$ Q , nur wenn a $\geq$ 0,

und wenn a eine Quadratzahl oder als ein Bruch aus Quadratzahlen darstellbar ist.

$\rightarrow$ R = {...; $\sqrt{2}$; ...; e; ...; π; ...; $\sqrt{11}$; ...; e^2;... e^π;….} reelle Zahlen

Es gilt N $\subset$ Z $\subset$ Q $\subset$ R

Ausblick: In C (komplexe Zahlen) ist sogar die Gleichung x^2 = -1 lösbar !!!